РОЛЬ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ В ФОРМИРОВАНИИ СОВРЕМЕННОГО МИРОВОЗЗРЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

Эрназарова Назира Хакбердиевна
(*ДжГПУ, e-mail: nazira_ernazarova@inbox.ru****)***

Аннотация. Изучение вероятностно-статистического материала продиктовано самой жизнью. Теория вероятностей в средней школе – это признание обществом необходимости формирования современного мировоззрения. Необходимость формирования вероятностного мышления обусловлена и тем, что вероятностные закономерности универсальны: физика, химия, биология, математика, весь комплекс социально-экономических наук развивается на базе вероятностно-статистической математики. В связи с чем, настоящая статья посвящена обучению учащихся решению комбинаторных задач.

Ключевые слова: теория вероятностей, комбинаторика, размещение, перестановки, сочетание.

Основы комбинаторики очень важны для оценки вероятностей случайных событий, т.к. именно они позволяют подсчитать принципиально возможное количество различных вариантов развития событий. В настоящее время теория вероятностей завоевала очень серьезное место в науке и прикладной деятельности. Её идеи, методы и результаты не только используются, но и буквально пронизывают все естественные и технические науки. Общество все глубже начинает изучать себя и стремиться сделать прогнозы о себе самом и о явлениях природы, которые требуют представлений о вероятности. Теория вероятностей не обошла и школьный курс математики. В программу по математике школьного курса включены элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Поэтому при обучении математике необходима специальная подготовка по обучению учащихся решению таких задач.

В связи с чем целью нашей работы является выделение основных методов и типов комбинаторных задач и подобрать комплекс соответствующих задач. В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число комбинаций. Такие задачи получили название комбинаторных задач, а раздел математики, в котором рассматриваются подобные задачи, называют комбинаторикой. Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова combinare, которое означает «соединять, сочетать». Методы комбинаторики находят широкое применение в физике, химии, биологии, экономике, теории вероятностей и других областях науки.

В настоящее время практически во всех учебных пособиях по теории вероятностей выделяют следующие основные методы решения комбинаторных задач: перебор всех возможных вариантов (систематический перебор, перебор с ограничениями), полный граф, дерево вариантов (граф-дерево), таблица вариантов, правила произведения и суммы.

Основными элементами комбинаторики являются факториал, перестановки, размещения, сочетания, формулы для подсчёта числа перестановок, размещений и сочетаний, треугольник Паскаля, бином Ньютона, комбинированные задачи.

Проведенный анализ научно-методической литературы [1-5] позволил выделить следующие типы комбинаторных задач:

- задачи, в которых требуется перечислить все решения;
- задачи, состоящие в требовании выделить из всех возможных решений такое, которое удовлетворяет заданному дополнительному требованию;
- задачи, в которых требуется подсчитать число решений.

Процесс формирования навыков подсчета комбинаторных объектов, по мнению Н.Ш. Кремера [4], можно разделить на три этапа в зависимости от времени обучения и методов подсчета:

- подсчет методом непосредственного перебора;
- подсчет с использованием комбинаторных принципов;
- подсчет с использованием формул комбинаторики.

Для примера приведем несколько задач.

Операция перебора раскрывает идею комбинирования, служит основой для формирования комбинаторных понятий, поэтому на первом месте должна стоять задача по формированию навыков систематического перебора.

Пример 1. Из группы пилотов, в которую входят четыре человека – Сафаров, Алиев, Искандаров и Шарапов, командир выделяет пару для полёта в другую страну. Сколько существует вариантов выбора такой пары?

Составим сначала все пары, в которые входит Сафаров (для краткости будем писать первые буквы фамилий). Получим три пары: СА, СИ, СШ.

Выпишем теперь пары, в которые входит Алиев, но не входит Сафаров. Таких пар две: АИ, АШ.

Далее составим пары, в которые входит Искандаров, но не входит Сафаров и Алиев. Такая пара только одна: ИШ.

Других вариантов составления пар нет, так как все пары, в которые входит Шарапов, уже составлены.

Итак, мы получили 6 пар: СА, СИ, СШ, АИ, АШ, ИШ. Значит, всего существует 6 вариантов выбора командира борта пары пилотов из данной группы.

Способ рассуждений, которым мы воспользовались при решении задачи, называют перебором возможных вариантов.

Пример 2. Три друга – Юнус, Сарвар и Камол– приобрели два билета на футбольный матч на 1-е и 2-е места первого ряда. Сколько у друзей есть вариантов занять эти два места в стадионе?

Если футбольный матч пойдут Юнус и Сарвар, то они могут занять места двумя способами: 1-е место – Юнус, 2-е – Сарвар, или наоборот. Аналогично Юнус и Камол, Сарва и Камол. Таким образом, мы получили 6 вариантов: ЮК, КЮ, ЮС, СЮ, КС, СК.

Пример *3.* На соревнованиях встретились восемь спортсменов разных областей. При встречи они обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Данную задачу решить методом непосредственного перебора довольно сложно. Но, введя определенные обозначения - кодирование, решение будет очень легко представить.

Каждому представителю даем номер от 1 до 8, а рукопожатия закодируем следующим образом: например, число 24 означает что 2-ой представитель пожал руку 4-му. Причем число 35 и 53 означают одно и тоже рукопожатие, и брать будем меньшее из них. Коды рукопожатий мы можем оформить следующей таблицей:

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,
23, 24, 25, 26, 27, 28,
34, 35, 36, 37, 38,
45, 46, 47, 48,
56, 57, 58,
67, 68,
78.

Таким образом, у нас получилось 1+2+3+4+5+6+7=28 рукопожатий.

Еще одним способом подсчета комбинаторных наборов является использование правила суммы.

Пример *4.* Из класса нужно выделить одного дежурного, девочку или мальчика. Сколько существует способов для выбора дежурного, если в классе 20 мальчиков и 18 девочек?

Выбрать одного мальчика из 20 мы можем 20-ю способами, а одну девочку из 18 можно 18-тью способами. Тогда выбрать одного дежурного мальчика или девочку можно (18+20) способами.

Для подсчета вариантов мы использовали здесь правило суммы, которое можно сформулировать так: если два действия взаимно исключают друг друга, причем одно из них можно выполнить n способами, а другое – m способами, то какое-либо одно из них можно выполнить $n+m$ способами. В нашем примере действия исключают друг друга, так как мы должны выбрать либо мальчика из одного множества, либо девочку из другого.

Пример 5. Преподаватель хочет назначить трёх активов класса. В классе двадцать семь учеников. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Так как порядок учеников не важен, используем формулу для числа сочетаний:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

получим

$$C_{27}^3 = \frac{27!}{3!24!} = \frac{27 \cdot 26 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2925$$

Пример 6. В классе из 24 учеников нужно выбрать из них 2 учеников для научной конференции. Сколькими способами это можно сделать?

Решение. Так как порядок выбранных четырех учеников не имеет значения, то это можно сделать C_{24}^2 способами:

$$C_{24}^2 = \frac{24!}{2!22!} = \frac{24 \cdot 23}{1 \cdot 2} = 288$$

В рассмотренных примерах использовали формулу сочетания.

Пример 7. Имеются 4 путевки в санаторий. Сколько вариантов распределения можно составить для 7 претендентов?

Решение. Искомое число вариантов равно числу размещений, которое вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Используем данную формулу для вычислении числа размещений из 5 элементов по 3 элемента, т.е.

$$A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 480$$

Пример 8. Расписание одного дня содержит 6 уроков. Определить количество таких расписаний при выборе из 10 дисциплин.

Решение. Выбор размещения определяется тем, что при построении расписания необходимо учитывать порядок следования уроков. Для решения этой задачи применим формулу размещения, т.е.

$$A_{10}^{6} = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot = 5040$$

Примеры 7, 8 решались по формуле размещения.

Пример *9*. Сколькими способами семь конфет разных марок можно расставить на прилавке в один ряд?

Решение: эта задача о числе перестановок семи разных конфет. Число перестановок вычисляется по формуле:

$$P(n) = n!$$

По формуле получаем:

$P(7) = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$ способов осуществить расстановку конфет.

Пример *10*. На библиотечной полке стоят 10 книг, причем 8 - книги разных авторов и еще 2 книги одного автора. Сколькими способами можно расставить эти книги так, чтобы книги одного автора стояли рядом друг с другом?

Временно объединим три книги одного автора в один объект, всего получим 9 объектов - 8 книг и 1 объект из двух книг. Для них число перестановок будет P(9). Теперь три книги переставим между собой P(2) способами. По правилу произведения получаем, что число способов расставить книги нужным образом равно:

$$P(9) * P(2) = 9! * 2!$$

При подсчете конечного результата была использована формула перестановки.

Разработанный нами комплекс задач будет полезен, как учителям математики, так и студентам педагогических вузов во время прохождения педагогической практики.

Список литературы

1. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика. 5-9 кл.: пособие для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2009. – 159 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов. Изд. 6-е, доп. – М.: Высш. шк., 2008. – 405 с.
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – 2-е изд., - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573 с.
4. Матылыцкий М.А. Теория вероятностей в примерах и задачах: Учеб. пособие. – Гродно: ГрГУ, 2002. – 248 с.

5. Эрназарова Н.Х. Решение комбинаторных задач – как средство формирования стохастической линии в обучении математике. Статья в журнале Educational Research in Universal Sciences 211 – 216 с.
6. Эрназарова Н.Х Конструирование текстовых задач как средство повышения интереса учеников к математике. Сборник материалов международной научно – технической конференции “Инновационные решения технических, инжинерно – технических задач производства”. 225-227с.