

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Научный руководитель: ТГПУ им. Низами стар. Преподаватель  
**Курбанова Д.А.**

**Абдуллаева – дочь Лола Гафур.**

Ташкентский государственный педагогический  
университет имени Низоми

Студент 1 ступени образования по специальности  
математика и информатика

**Аннотация:** В этой статье вы узнаете, как решать и анализировать примеры тригонометрии

**Ключевые слова:** синус, Косинус, тангенс, котангенс, тригонометрия, формулы суммы

Большой вклад в развитие математики, в частности тригонометрии, внесли великие ученые Мухаммад аль-Хорезми, Ахмад Фергани, Абу Райхан Беруни, Мирза Улугбек, Али Кушчи, Джамшид Аль-Коши

Важно знать, когда процессы, характеризуемые периодическими функциями, принимают какие значения. Для этого необходимо уметь решать простейшие тригонометрические уравнения вида

$$\sin x = a, \cos x = a, \operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a$$

с периодическими функциями.

Чтобы научиться решать простейшие тригонометрические уравнения, требуется знать:

- 1) понимание уравнения;
- 2) понимание решение корня уравнения – это множество корней уравнения;
- 3) бесконечность корней тригонометрических функций, поскольку они – периодические;
- 4) умение обобщать и записывать бесконечное множество найденных корней с помощью кратких формул (в которых для каждого целого числа  $k$  выражение  $n = 2k$  означает чётное число, а выражение  $n = 2k + 1$  – нечётное число).

Пример. Решите уравнение  $\sin x = \frac{1}{2}$

Решение. Известно, что  $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ . Кроме того, равенство  $\sin x = \frac{1}{2}$  выполняется также при значении  $5\frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$ . Поскольку синус является периодической функцией с основным периодом  $2\pi$ , то для любого целого  $n$  при

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = (\pi - \frac{\pi}{6}) + 2\pi n = 5\frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

будет выполнено  $\sin x = \frac{1}{2}$ . Эти два

значения можно обобщить следующим образом:

$$x = (-1)^n \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Действительно, если  $n$  чётно, т. е.  $n = 2k$ , то получим  $x = \pi/6 + 2\pi k$ ; если  $n$  нечётно, то есть  $n = 2k+1$  то,  $x = -\pi/6 + \pi(2k+1)$ . Итак, получили полное решение.

Ответ:  $x = (-1)^n \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Если  $a > 1$  или  $a < -1$ , то уравнение  $\sin x = a$  не имеет корней. Поэтому в таких случаях пишут, что решение уравнения  $\sin x = a$  состоит из пустого множества  $\emptyset$ ;

Если  $-1 \leq a \leq 1$ , то решение уравнения,  $\sin x = a$  состоит из значений вида

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Частные случаи.

1)  $\sin x = -1$ . Решение состоит из значений аргумента

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

2)  $\sin x = 0$ . Значения

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

составляют решение.

3)  $\sin x = 1$ . Множество значений аргумента

$$x = \pi/2 + 2\pi n$$

составляет решение данного уравнения.

Уравнения вида  $\cos x = a$

Если  $a > 1$  или  $a < -1$ , то уравнение  $\cos x = a$  не имеет корней. Поэтому в таких случаях пишут, что решение уравнения  $\cos x = a$  состоит из пустого множества  $\emptyset$ ;

Если  $-1 \leq a \leq 1$ , то решение уравнения  $\sin x = a$  состоит из значений вида

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Частные случаи

1)  $\cos x = -1$ . Решение состоит из значений неизвестной

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

2)  $\cos x = 0$ . Решение состоит из совокупности значений неизвестной

$$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

4)  $\cos x = 1$ . Решение состоит из множества значений неизвестной

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение вида  $\operatorname{tg} x = a$

Для каждого целого числа  $n$  значение

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$$

переменной  $x$  является корнем уравнения. В этом случае решение имеет вид

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение вида  $\operatorname{ctg} x = a$

Для каждого целого числа  $n$  значение

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$$

переменной  $x$  является корнем уравнения, а решение имеет вид

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье мы познакомились с методами решения тригонометрических уравнений. Мы очень часто используем тригонометрические уравнения. Основным понятием тригонометрии является вычисляемый синус, Косинус, тангенс и котангенс. Также вклад в развитие тригонометрии внесли Аль-Хорезми, Ахмад Фергани, Мирза Улугбек и многие ученые.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. М. А. Мирзаахмедов – учитель математики специализированной школы имени аль-Хорезми, кандидат физико-математических наук, доцент;
2. Ж. А. Куйжанов – учитель математики школы №5 Хатирчинского района
3. Навоийской области;
4. А. К. Кодиров – учитель математики школы №6 Аккурганского
5. района Ташкентской области.
6. Алгебра и начала анализа 10 класс [Текст] /А.Зайтов [и др.] – Ташкент: Республиканский центр образования, 2022. – 192 стр.