QISQARTIRIB AKSLANTIRISH PRINSIPINING BIR QANCHA TENGLAMALARGA TADBIQI

***Kulturayev Davron Jurayevich**, Termiz davlat pedagogika instituti Matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrasi ilmiy darajali katta o'qituvchisi, f.-m.f.f.d., PhD.*

***O'razova Mehriniso Ravshan qizi** Termiz davlat pedagogika instituti Termiz davlat pedagogika instituti Matematika va informatika fakulteti Matematika va informatika ta'lim yo'nalishi talabasi*

Annotatsiya: Matematikaning turli sohalarida ba'zi tenglamalarning yechimi mavjud va yagonaligi muhim ahamiyatga ega. Metrik fazolarda qisqartirib akslantirishlar prinsipi to'la metrik fazolar va qo'zg'almas nuqta tushunchasi bilan bevosita bog'liq. Ushbu tezisda qisqartirib akslantirishlar prinsipining qo'zg'almas nuqtasini nostandart va integral tenglamaning yechimi mavjud va yagona ekanligiga tadbiqi keltirilgan va maple dasturi yordamida yechimning geometrik ma'nosi grafiklar yordamida ko'rsatilgan.

Ushbu tezisda keltirilgan misollar va chizilgan shakllardan oliy o'quv yurtlari talabalari hamda maktab o'quvchilar ham foydalanib o'z bilimlarini kengaytirishlari mumkin.

Kalit so'zlar: Metrik fazolar, to'la metrik fazolar, akslantirish, qo'zg'almas nuqta.

Ta'rif. [1] X metrik fazo va uni o'zini-o'ziga akslantiruvchi A akslantirish berilgan bo'lsin. Agar shunday $\alpha \in (0;1)$ son mavjud bo'lib, barcha $x, y \in X$ nuqtalar uchun

$$\rho(Ax, Ay) \le \alpha\, \rho(x, y) \qquad (1)$$

tengsizlik bajarilsa, A qisuvchi akslantirish deb ataladi.

Har bir qisuvchi akslantirish uzluksizdir. Haqiqatan ham, agar $x_n \to x$ $(\rho(x_n, x) \to 0)$ bo'lsa, u holda

$$\rho(Ax_n, Ax) \le \alpha\, \rho(x_n, x)$$

bo'lgani uchun $Ax_n \to Ax$.

Agar $A: X \to X$ akslantirish uchun shunday $x \in X$ nuqta mavjud bo'lib $Ax = x$ tenglik bajarilsa, x nuqta A akslantirishning qo'zg'almas nuqtasi deyiladi.

Teorema. [2] (Qisuvchi akslantirishlar prinsipi). To'la metrik fazoda aniqlangan har qanday qisuvchi akslantirish yagona qo'zg'almas nuqtaga ega.

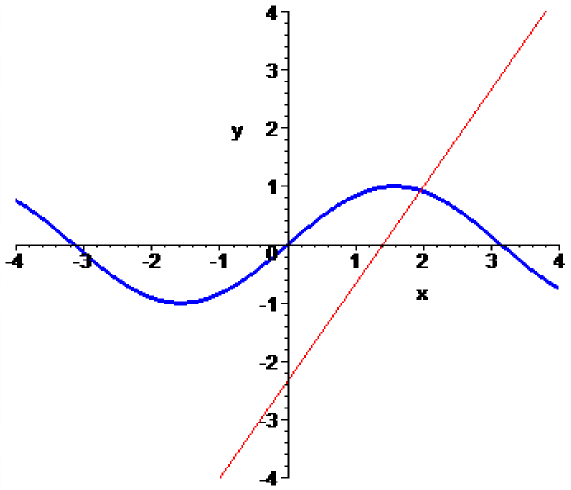
1-misol: R to'plamda $x = \frac{3}{5}\sin x + 7$ tenglama yagona yechimga ega ekanligini isbotlang.

Yechish. Haqiqiy sonlar to‘plami R – to‘la metrik fazo bo‘lib, bu fazoda $f(x)=\dfrac{3}{5}\sin x+7$ asklantirishning qisqartiruvchi bo‘lish shartini topamiz

$$\rho(f(x_1),\ f(x_2))=|f(x_1)-f(x_2)|=\frac{3}{5}|\sin x_1-\sin x_1|=\frac{3}{5}\left|2\sin\frac{x_1-x_2}{2}\cos\frac{x_1+x_2}{2}\right|\le$$

$$\le\frac{3}{5}\cdot 2\left|\sin\frac{x_1-x_2}{2}\right|\le\frac{6}{5}\left|\frac{x_1-x_2}{2}\right|=\frac{3}{5}|x_1-x_2|=\frac{3}{5}\rho(x_1,x_2),\quad \alpha=\frac{3}{5}\in(0,1)$$

tengsizlik o‘rinli. Demak, $\alpha=\dfrac{3}{5}\in(0,1)$ bo‘lganligi uchun yuqoridagi ta’rifga ko‘ra $f(x)=\dfrac{3}{5}\sin x+7$ akslantirish qisqartirib akslantirish bo‘ladi. Shuning uchun yuqoridagi teoremaga ko‘ra berilgan $x=\dfrac{3}{5}\sin x+7$ tenglama yagona yechimga ega. Quyidagi chizmada $y=\dfrac{5x-7}{3}$ va $y=\sin x$ funksiyalarning grafiklari keltirilgan [3,4].



kesishadi va kesishgan nuqta qo‘zg‘almas nuqta (yagona yechim)ning geometrik o‘rnini aniqlaydi.

2-misol. $C[0,1]$ fazoni o‘zini-o‘ziga akslantiruvchi $Af(x)=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^1 xtf(t)dt+\dfrac{6}{7}x$ akslantirishning qisqartiruvchi ekanligini ko‘rsating va uning qo‘zg‘almas f nuqtasi (yagona yechim)ni toping.

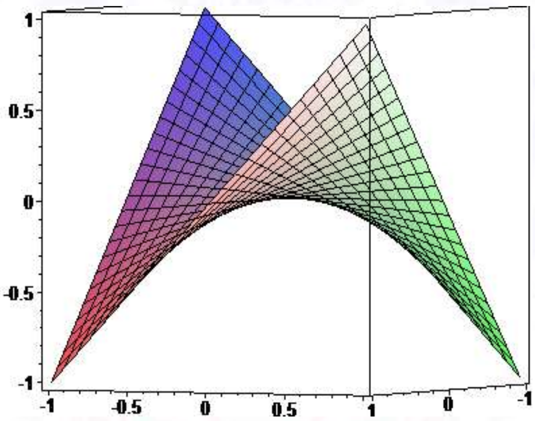
Yechish. Berilgan akslantirish qisqartiruvchi ekanligi quyidagi baholashdan kelib chiqadi.

$$|Af-A_2f|=\frac{1}{2}\left|\int_0^1 xt\left[f_1(t)-f_2(t)dt\right]\right|\le\frac{1}{2}\max_{t\in[0,1]}|f_1(t)-f_2(t)|=\frac{1}{2}\rho(f_1,f_2).$$

$\alpha=\dfrac{1}{2}\in(0,1)$ shart bajarilgani uchun berilgan akslantirish qisqartirib akslantirish bo‘ladi. Yuqoridagi akslantirishning umumiy ko‘rinishi va qisqartiruvchi bo‘lish sharti

[2] dagi (22.5) misolda ham keltirilgan. $C[0,1]$ fazo to‘la metrik fazo bo‘lgani uchun yuqoridagi teoremaga ko‘ra $Af(x)=f(x)$ tenglama yagona noldan farqli yechimga ega bo‘lib, uning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x)=x,$ ya’ni bu funksiya $C[0,1]$ fazoda $f(x)=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 xt f(t)dt+\frac{6}{7}x$ integral tenglamaning yagona yechimi bo‘ladi.

Bu yerda $\mathrm{k}(x,t)=xt$ yadroning $[0,1]\times[0,1]$ kvadratdagi grafigini uch o‘lchamli fazoda chizib, funksiyaning eng katta qiymati 1 ga teng ekanligini ko‘rish mumkin.



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Sh.A. Ayupov, M.M. Ibragimov, K.K. Kudaybergenov. Funksional analizdan misol va masalalar, Nukus. 2009.
2. J.I.Abdullayev, R.N.G‘anixo‘jayev, M.H.Shermatov, O.I.Egamberdiyev, Funksional analiz va integral tenglamalar. Toshkent. Yangi asr avlodi. 2013-yil, 460 bet.
3. Ismoilova D. va boshqalar “ sinflarda matematika o‘qitish metodikasi” Ma’ruzalar matni Termiz, 2005 yil.
4. Vafoyev R. H. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o‘quv qo‘llanma. Toshkent, “O‘qituvchi”,2001-yil.