ДИНАМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОГО УЧАСТКА ГАЗОПРОВОДА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВРЕМЕННОГО ИЗМЕНЕНИЯ МАССОВОГО РАСХОДА ГАЗА В НАЧАЛЕ И КОНЦЕ УЧАСТКА

Аминов Хаётжон Халимжонович
Ориентал университета, Ташкент, Узбекистан

В отличие от предыдущего работе рассматривается случай задания входного массового расхода газа. Заданы начальные распределения давления и массового расхода газа по длине участка[1-3]:

$$M(x,0)=M_0(x), \tag{1}$$

$$p(x,0)=p_0(t), \tag{2}$$

и граничные условия

$$M(0,t)=\psi_0^{(0)}(t), \tag{3}$$

$$M(l,t)=\psi_0^{(l)}(t). \tag{4}$$

Газодинамическое состояние элементарного участка описывается уравнениями (1)-(3).

$$u(0,t)-v(0,t)=\frac{2c}{f}\psi_0^0(t), \tag{5}$$

$$u(l,t)-v(l,t)=\frac{2c}{f}\psi_0^l(t). \tag{6}$$

Область расчета разбиваем на временные полосы и каждой полосы – на подобласти D_1, D_2, D_3 и D_4 (рис. 1).

В подобласти $D_1\cup D_2$ выполняем интегрирование вдоль характеристики $x+ct=\text{const}$. Проходящая через точку (x,t) характеристика запишется в виде $\xi+c\eta=x+ct,$ откуда следует $\xi=x+c\left(t-\eta\right).$

Вдоль этой характеристики функция $v\left(x,t\right)$, согласно (4), сохраняет свое значение, которое определено при $t=0$:

$$v(x,t)=v(x+ct,0)=\varphi_0^{(v)}(x+ct).$$

Аналогично, в области $D_1\cup D_3$ вдоль характеристики $x-ct=\text{const}$, согласно уравнению (3), функция $u\left(x,t\right)$ сохраняет свое значение, которое определено при $t=0$:

$$u(x,t)=u(x-ct,0)=\varphi_0^{(u)}(x-ct).$$

В подобласти $D_2 \cup D_4$ граничное условие $\psi_0^{(0)}(t)$ переносится вдоль характеристики $x - ct = \text{const}$ без помех

$$u(x,t) = u\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = \frac{2c}{f}\psi_0^{(0)}\left(t - \frac{x}{c}\right) + v\left(0, t - \frac{x}{c}\right). \tag{7}$$

Значение $v\left(0, t - \frac{x}{c}\right)$ берем в соответствии точке пересечения характеристик $x + ct = l$ и $x - ct = 0$:

$$v\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = \varphi_0^{(v)}(ct - x).$$

Соответственно, в области $D_2 \cup D_4$ первая вспомогательная функция имеет значение

$$u(x,t) = \frac{2c}{f}\psi_0^{(0)}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_0^{(v)}(ct - x).$$

В области $D_3 \cup D_4$ граничное условие $\psi_0^{(l)}(t)$ переносится вдоль характеристик $x + ct = \text{const}$ и на основе этого определяется значение

$$v(x,t) = v\left(l, t - \frac{l - x}{c}\right) = u\left(l, t - \frac{l - x}{c}\right) - \frac{2c}{f}\psi_0^{(l)}\left(t - \frac{l - x}{c}\right).$$

Значение $u\left(l, t - \frac{l - x}{c}\right) = \varphi_0^{(u)}(2l - x - ct)$ определили согласно значению функции в точке пересечения характеристик $x + ct = \text{const}$ и $x - ct = 0$:

$$v(x,t) = \varphi_0^{(u)}(2l - x - ct) - \frac{2c}{f}\psi_0^{(l)}\left(t - \frac{l - x}{c}\right).$$

Получили решения относительно вспомогательных функций $u(x,t)$ и $v(x,t)$ для первой полосы, т.е. для промежутка времени $t \in \left[0, \frac{l}{c}\right]$.

Проверим согласие полученного решения краевыми условиями.

В подобласти D_1 имеем [4-6]:

$$p(x,t) = \frac{1}{2}\left[\varphi_0^{(u)}(x - ct) + \varphi_0^{(v)}(x + ct)\right], \quad M(x,t) = \frac{f}{2c}\left[\varphi_0^{(u)}(x - ct) - \varphi_0^{(v)}(x + ct)\right]. \tag{8}$$

В частности, при $t = 0$, согласно (4) и (5), имеем

$$p(x,0) = \frac{1}{2}\left[\varphi_0^{(u)}(x) + \varphi_0^{(v)}(x)\right] = p_0(x), \quad M(x,0) = \frac{f}{2c}\left[\varphi_0^{(u)}(x) - \varphi_0^{(v)}(x)\right] = M_0(x).$$

Т.е., начальные условия удовлетворены.

В подобласти D_2 получили

$$p(x,t)=\frac{1}{2}\left\{\frac{2c}{f}\psi_0^{(0)}\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0^{(v)}(ct-x)+\varphi_0^{(v)}(x+ct)\right\},$$
$$M(x,t)=\frac{f}{2c}\left\{\frac{2c}{f}\psi_0^{(0)}\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0^{(v)}(ct-x)-\varphi_0^{(v)}(x+ct)\right\}. \qquad (9)$$

Отсюда, при $x=0$ для массового расхода следует $M(0,t)=\psi_0^{(0)}(t)$, которое повторяет граничное условие (2.24).

В подобласти D_3:

$$p(x,t)=\frac{1}{2}\left[\varphi_0^{(u)}(x-ct)+\varphi_0^{(u)}(2l-x-ct)-\frac{2c}{f}\psi_0^{(l)}\left(t-\frac{l-x}{c}\right)\right],$$
$$M(x,t)=\frac{f}{2c}\left[\varphi_0^{(u)}(x-ct)-\varphi_0^{(u)}(2l-x-ct)+\frac{2c}{f}\psi_0^{(l)}\left(t-\frac{l-x}{c}\right)\right]. \qquad (10)$$

На верхней границы этой области, т.е. при $x=l$, для массового расхода следует $M(l,t)=\psi_0^{(l)}(t)$, что подтверждает выполнение условия (7).

В подобласти D_4 формулами расчета служат:

$$p(x,t)=\frac{1}{2}\left[\frac{2c}{f}\psi_0^{(0)}\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0^{(v)}(ct-x)+\varphi_0^{(u)}(2l-x-ct)-\frac{2c}{f}\psi_0^{(l)}\left(t-\frac{l-x}{c}\right)\right],$$
$$M(x,t)=\frac{f}{2c}\left[\frac{2c}{f}\psi_0^{(0)}\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0^{(v)}(ct-x)-\varphi_0^{(u)}(2l-x-ct)+\frac{2c}{f}\psi_0^{(l)}\left(t-\frac{l-x}{c}\right)\right]. \qquad (11)$$

На основе полученного решения можно проследить за изменением значения давления на входном сечении (т.е. при $x=0$ и $t>0$)

$$p(0,t)=\frac{c}{f}\psi_0^{(0)}(t)+\varphi_0^{(v)}(ct),$$

и на выходном сечении (т.е. при $x=l$)

$$p(l,t)=\varphi_0^{(u)}(l-ct)-\frac{c}{f}\psi_0^{(l)}\left(t-\frac{x}{c}\right),$$

а также распределениями давления и массового расхода газа в конце первой временной полосы (при $t=l/c$ в D_4)

$$p\left(x,\frac{l}{c}\right)=p_1(x)=p_0(l-x)+\frac{c}{f}\left[\psi_0^{(0)}\left(\frac{l-x}{c}\right)-\psi_0^{(l)}\left(\frac{x}{c}\right)\right],$$
$$M\left(x,\frac{l}{c}\right)=M_1(x)=-M_0(x)+\psi_0^{(0)}\left(\frac{l-x}{c}\right)+\psi_0^{(l)}\left(\frac{x}{c}\right),$$

которые являются начальными условиями для следующей временной полосы.

С помощью решений $u(x,t)$ и $v(x,t)$ можно организовать решение задачи в следующих временных полосах.

Согласно полученным решениями для $n-1$-й полосы, для входа в n-ю полосу составим

$$u_n(x,0)=\varphi_{n-1}^{(v)}(l-x)+\frac{2c}{f}\psi_{n-1}^{(0)}\left(\frac{l-x}{c}\right),$$

$$v_n(x,0)=\varphi_{n-1}^{(u)}(l-x)-\frac{2c}{f}\psi_{n-1}^{(0)}\left(\frac{x}{c}\right),$$

которые служат начальными условиями для n-й полосы.

Граничными условиями для n-й полосы служат

$$u_n(0,t)-v_n(0,t)=\frac{2c}{f}\psi_n^{(0)}(t),$$

$$u_n(l,t)-v_n(l,t)=\frac{2c}{f}\psi_n^{(l)}(t),$$

где t начинается с нуля для каждой новой временной полосы.

И так далее, до достижения значения $T=\frac{nl}{c}+t$.

Т. о., получено решение задачи о газодинамическом состоянии элементарного участка газопровода при временном изменении входного и выходного массового расхода газа, полагая выполненными необходимые условия согласования данных в угловых точках (0,0) и $(l,0)$. Ниже представим некоторые численные результаты.

Обсуждение результатов. В общем случае в каждом интервале времени придется составить формулы для давления и массового расхода газа. Поэтому остановимся на случае, когда участвующие в краевых условиях функции имеют постоянные значения [7]: $p(x,0)=p_0=const$, $M(x,0)=M_0=const$, $\psi_0^{(0)}(t)=\psi_0^{(0)}=const$, $\psi_0^{(l)}(t)=\psi_0^{(l)}=const$ и можно составить рекуррентные зависимости для давления и массового расхода газа во временных полосах. В частном случае, когда $\psi_0^{(0)}\neq M_0$ или $\psi_0^{(l)}\neq M_0$, имеет место переходный процесс. При $\psi_0^{(0)}=\psi_0^{(l)}$ ожидается установление режима с постоянным массовым расходом $\psi_0^{(0)}$ при начальном условии $M(x,0)=M_0=const$. Если $\psi_0^{(0)}>\psi_0^{(l)}$, то на участке давление возрастает, а если $\psi_0^{(0)}<\psi_0^{(l)}$, то давление на участке убывает, что обусловлено возрастанием или убыванием аккумулированной на участке массы газа.

Остановимся на варианте $p_0=const$, $M_0=0$, $\psi_0^{(0)}>0$ и $\psi_0^{(l)}=0$. В покоящемся начальном состоянии газа на участке, второй конец которого закрыт, и с исходным равномерным давлением p_0, начинается подавать газ с постоянным массовым расходом $\psi_0^{(0)}$.

При малом значении времени $t>0$ в начале участка образуется скачок массового расхода (от 0 до $\psi_0^{(0)}$), который с постоянной скоростью c начинает перемещаться по направлению возрастания координаты x. Границей возмущенной зоны служит характеристика $x-ct=0$, которая начинается с точки $(0,0)$. Вдоль характеристики и справа от нее сохраняется исходный массовый расход газа $M_0=0,$ а в левой части характеристики образуется новый постоянный массовый расход газа $M_1=\psi_0^{(0)}$. При $t=l/c$ по всей длине участка, кроме закрытого конца участка, установится одинаковый массовый расход газа.

На рис. 1. приведены трехзвенные графики массового расхода газа при различных значениях времени $t\le 2l/c$, полученные по формулам (7)-(11).

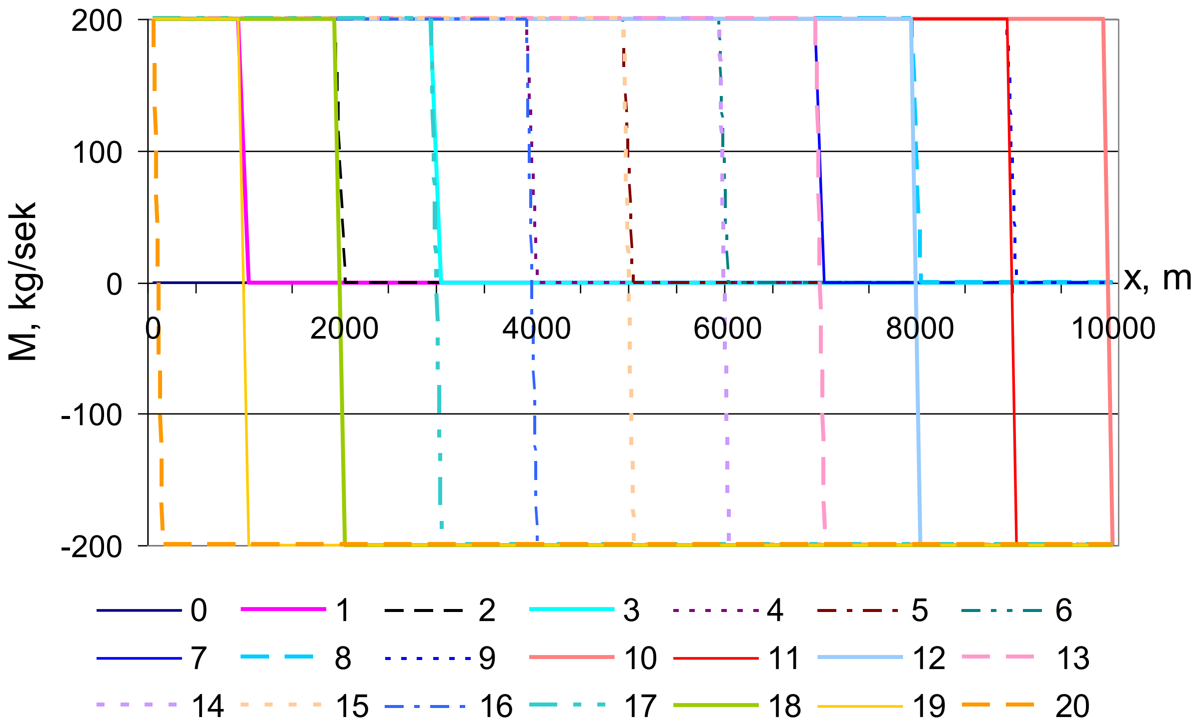

Рис. 1. Изменение массового расхода при $0\le t\le 2l/c$. $\psi_0^{(0)}=200$ *кг/с*,

$M_0=\psi_0^{(l)}=0$ *кг/с*, $l=10000$ *м*, $D=1.0$ *м*, $c=379.93$ *м/с*

Значение давления в зоне $x\ge ct$, куда еще не дошло возмущение, остается на прежнем уровне, а в зоне возмущения его значение увеличено на $c\psi_0^{(0)}/f$ и составляет $p_1=p_0+\dfrac{c\psi_0^{(0)}}{f}$. Как видно из графиков рис. 2., скачки давления перемещаются направо и отрицательные: при $t<l/c$ составляют $-\psi_0^{(0)}$ $(=-0.0967\ MPa)$, при $t=l/c$ скачок равен $-2\psi_0^{(0)}$. При $l/c<t\le 2l/c$ скачки положительные и равны $2\psi_0^{(0)}$, они перемещаются налево, составляя 0,3902 МПа.

Для следующего отрезка времени $2l/c \le t \le 4l/c$ вес этот процесс повторяется согласно решению (7)-(11).

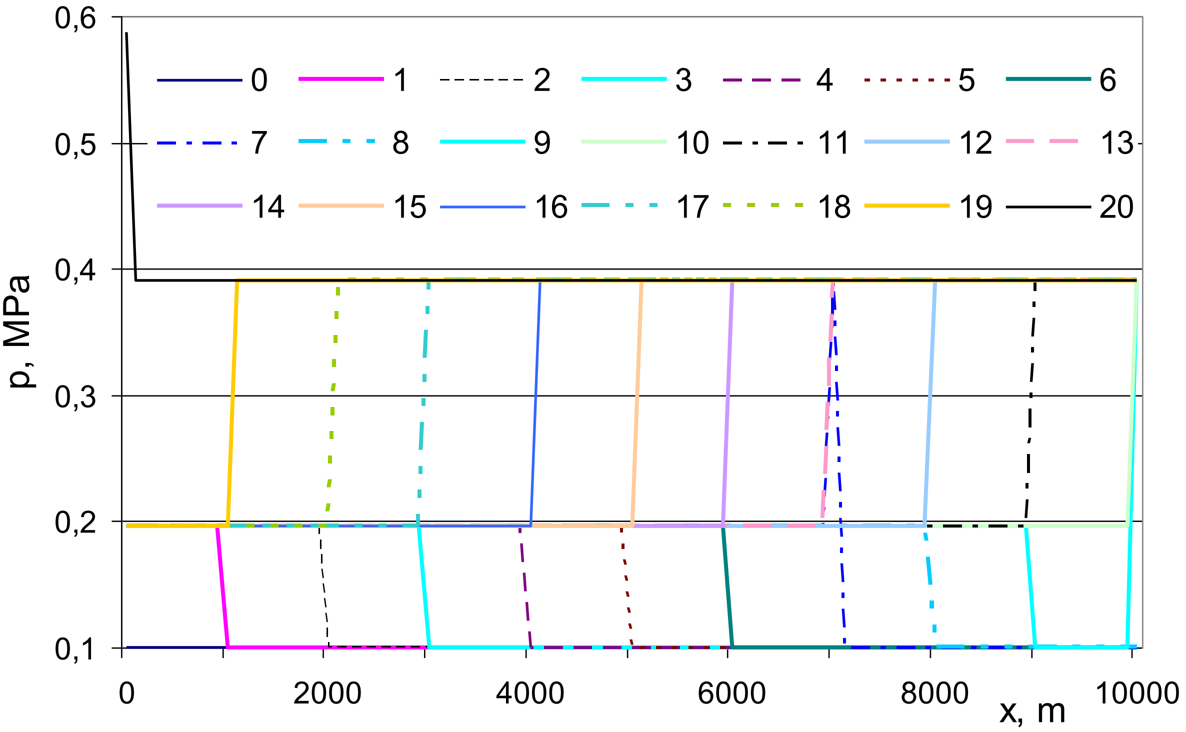

Рис. 2. Изменение давления газа при $0 \le t \le 2l/c$. $p_0 = 0.1\ МПа$.
Остальные данные см. рис. 1.

Трехзвенные графики скорости, образующиеся при $t \le l/c$, подобны графикам массового расхода газа: вдоль характеристики и в зоне покоя скорость газа равна нулю, а в зоне возмущения составляет (см. 1)

$$u_1 = \frac{4c^2}{\pi D^2} \frac{\psi_0^{(0)}}{p_0 + c\psi_0^{(0)} / f}.$$

Как показали расчеты – это самое большое значение абсолютного значения скорости потока в рассматриваемом процессе.

Таким образом, при $t = l/c$ установились однородное поле давления p_1 и однородные, если не считать нырки в конце участка до нуля, значения массового расхода M_1 и скорости потока u_1 газа. Но это – затишье перед бурей.

Во-первых, газ остановился на сечении $x = l$ и потерял свою кинетическую энергию, но на такую же величину $\frac{c\psi_0^{(0)}}{f}$ увеличивается потенциальная энергия сжатия газа, т.е. давление. Во-вторых, газ не может двигаться вперед, поэтому начинает двигаться назад. Так как конец участка остается без движения – коэффициент отражения удара имеет значение 1. Соответственно, газ начинает двигаться тем же импульсом (иначе закон сохранения массы не выполняется), но в обратном направлении с массовым расходом $-\psi_0^{(0)}$. За счет этого давление увеличивается еще раз на $\frac{c\psi_0^{(0)}}{f}$ и его значение составляет уже $p_2 = p_0 + 3c\psi_0^{(0)} / f \ \left(= 0,3902\ MPa\right)$. В связи с этим характерной скоростью газа служит $u_2 = -\frac{4c^2}{\pi D^2}\frac{\psi_0^{(0)}}{p_0 + 3c\psi_0^{(0)} / f}$. При $\frac{l}{c} < t < \frac{2l}{c}$ графики давления, массового расхода и скорости потока имеют также трехзвенную структуру.

При $t = 2l / c$ волна возмущения доходит до начала участка, где происходит мгновенные превращения показателей, как это происходило при $t = l / c$. Массовый расход газа, согласно граничному условию, от $-\frac{c\psi_0^{(0)}}{f}$ переходит к $M_3 = \frac{c\psi_0^{(0)}}{f}$; изменение массового расхода приводит к увеличению давления до $p_3 = p_0 + 5c\psi_0^{(0)} / f \ \left(= 0,5869\ MПa\right)$; совместное изменение двух этих показателей приводит к новой скорости потока газа $u_3 = -\frac{4c^2}{\pi D^2}\frac{\psi_0^{(0)}}{p_0 + 5c\psi_0^{(0)} / f}$. И т. д.

Таким образом, для рассматриваемого случая получается следующая картина.

Изменение массового расхода газа подчиняется периодическому закону и периодом наступления положительных и отрицательных значений $\psi_0^{(0)}$ является $2l / c$ (рис. 1).

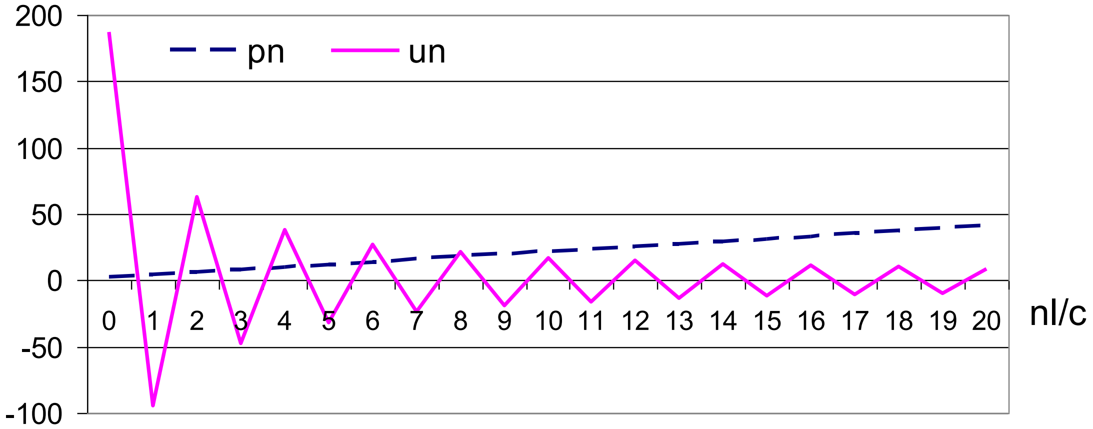

Рис. 3. Изменение давления и скорости газа на границах временных полос. Данные см. рис. 1.

Давление газа ($p_0 = 0.1\ МПа$) в начале процесса получает приращение $\frac{c\psi_0^{(0)}}{f}$ $(= 0.9675\ МПа)$, а в дальнейшем, при каждом достижении одного из концов участка увеличивается на $\frac{2c\psi_0^{(0)}}{f}(=1.9250\,МПа)$. Можно сказать, что в кратных масштабу времени l/c моментах давление возрастает линейным законом (1.9675, 3.9024, 5.8374, 7.7723, 9.7073, 11.6422… МПа).

Характерная скорость для отрезков времени с шагом l/c меняет свое значение (186.8223, -94.1898, 62.9681, -47.292, 37.8653, -31.572… м/с). Наибольшее ее абсолютное значение образуется в первом шаге $(t < l/c)$. В дальнейшем в кратных l/c моментах времени модуль скорости убывает гиперболическим законом.

Аналогичные суждения можно формировать для различных комбинаций значений массового расхода газа $\psi_0^{(0)}$ и $\psi_0^{(l)}$ на границах участка, повторив результаты работы [8] для случая игнорирования силы трения газа. Действительная картина, которая получена в цитируемой работе, показывает убывание скачков давления, массового расхода и скорости потока за счет силы трения газа.

Методом характеристик решена задача о газодинамическом состоянии элементарного участка под воздействием временного изменения входного и выходного массового расхода газа.

Решение использовано при изучении задачи о закачке газа на элементарный участок газопровода, когда в начальный момент на участке газ находился в состоянии покоя.

Численные расчеты, проведенные для постоянных значениях функций, участвующих в краевых условиях, показали скачкообразные изменения показателей в конкретных точках линейного участка газопровода. По времени обнаружен линейный характер возрастания давления на элементарном участке при закачке газа.

Массовый расход газа изменялся периодическим законом, представляя накат и отход волны от конца участка. Скорость газа также меняет знак во временных полосах. При этом ее модуль убывает гиперболическим законом.

Полученное решение можно использовать для задач с переменными функциями, участвующих в краевых условиях, а также для случая, когда закачка, истечение и торможение газа происходят в любом конце линейного участка.

ЛИТЕРАТУРЕ

1. Акбасов А.Р. Разработка интеллектуальной системы управления тепловыми сетями города: Дисс… док-ра PhD. – Алматы, Казахский национальный технический университет им. К.И. Сатпаева, 2011. – 115 с.
2. Аствацатурьян Р. Е., Кочарян Е. В. Моделирование движения газа в газопроводах с учетом сил инерции потока // Электронный научный журнал: Нефтьегазовое дело, 2007. http://www.ogbus.ru
3. Бобровский С. А., Щербаков С. Г., Гусейн-заде М. А. Движение газа в газопроводах с путевым отбором. – М.: Наука, 1972. – 193 с.
4. Бозоров О. Ш., Маматкулов М. М. Аналитические исследования нелинейных гидродинамических явлений в средах с медленно меняющимися параметрами. – Ташкент, ТИТЛП, 2015. – 96 с.
5. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. - М.: Наука, 1972. – 678 с.
6. Булович С. В. Математическое моделирование течения газа в окрестности открытого торца трубы при колебаниях поршня на другом конце трубы по гармоническому закону на резонансной частоте // Журнал технической физики, 2017, том 87, вып. 11. – С. 1632-1636. DOI: 10.21883/JTF.2017.11.45121.2086
7. Ванчин А. Г. Методы расчета режима работы сложных магистральных газопроводов. – Электронный научный журнал «Нефтьегазовое дело». 2014, №4. – С. 192-214. http://www.ogbus.ru
8. Ванчин А. Г. Определение границ применения стационарной и нестационарной моделей работы газопровода // Нефтьегазовое дело: электронный научный журнал. 2014, №1. – С. 598-617. http://www.ogbus.ru