

**PARABOLIK TIPGA QO'YILGAN CHEGARAVIY MASALANI SONLI
YECHISH USULLARI***Erkinov Xusniddin Ikromjon o'gli**FarDu 2-bosqich Amaliy matematika (sohalar bo'yicha) magistri*

Annotatsiya: Ushbu maqolada hozirgi kunda o'z yechimini topmagan ba'zi bir ilm-fan muammolarining yechilish usullari keltirib o'tilgan bo'lib, bu usullar fan sohasida yuksak yutuqlarga erishishga zamin bo'lib xizmat qilmoqda. Ushbu usullarni o'rganish va ilm-fan sohasiga tadbiq qilish juda ko'plab muammolarga yechim bo'lishi kutilmoqda.

Kalit so'zlar: Issiqlik almashinish hodisalari, differensial tenglamalar, sonli usullar, chegaraviy masala, tajriba va eksperiment.

XXI asrga kelib esa issiqlik almashinish hodisalarining tadqiqi va qo'llanilishi jadalligi doirasi keskin kengaydi. Hozirda bu texnika (kimyoviy texnologiya, metallurgiya, qurilish ishlari, neftni qayta ishlash, mashinasozlik, agrotexnika va hokazo) va asosiy tabiiy fanlar (biologiya, geologiya, atmosfera va okean fizikasi va hokazo) ning yetakchi yo'nalishiga kiradi. Hozirgi kunda issiqlik almashinuvi jarayonlarining nazariy tadqiqi EHMlar yordamida sonli modellashtirishga asoslangan. Bugungi kunga kelib xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechishning hisoblash usullari rivoji va zamonaviy hisoblash texnikalarining takomillashishi hisobiga ana shunday yutuqlarga erishilmoqda. Yana shuni alohida ta'kidlash lozimki, hozirgi kunda issiqlik almashinish jarayonlarini sonli modellashtirish zamonaviy fan va texnika uchun ishonchli taxminlarni eksperimentlar yo'li bilan laboratoriya va tabiiy sharoitda o'rganish juda murakkab, qimmat va ba'zi hollarda umuman mumkin bo'lmaganligi uchun muhim ahamiyat kasb etib bormoqda.

Amaliyotning ko'plam masalalarida jismning ichida va uning chegaralarida issiqlik o'tkazuvchanlik har xil bo'ladi. Bu farq issiqlik uzatish jarayonining kechish shartlari o'zgarishi va modda tarkibining o'zgarishi (termik qayta ishlov, qizdirib yopishtirish, zanglash, zo'riqish va hokazo) bilan bog'liq bo'ladi. Issiqlik o'tkazuvchanlik jarayoniga keskin ta'sir qiluvchi tashqi omillarga, masalan, nurlanish, bosim o'zgarishi, magnit maydoni ta'siri kirishi mumkin.

Yarimshaffof muhitlarda issiqlik o'tkazuvchanlik radiatsion issiqlik uzatilishi bilan kuzatiladi. Kuzatiladigan samarali issiqlik o'tkazuvchanlik bu xos issiqlik o'tkazuvchanlik va radiatsion issiqlik uzatilishlarning yig'indisidan iborat. Kombinatsion issiq uzatishning radiatsion qismi ta'siri temperaturaning oshishi bilan ortadi va bir necha yuz Selsiy gradusida u juda sezilarli bo'ladi.

Issiqlik o'tkazuvchanlikning nostatsionar issiqlik uzatish tenglamasi dekart koordinatalari sistemasida quyidagicha yoziladi:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_w(x, y, z, t, T) \quad (1.1)$$

Bu tenglama Furye-Kirxgof tenglamasi deb atalib, u jism ixtiyoriy nuqtasidagi temperaturasi $T(x, y, z, t)$ ning vaqt bo'yicha va fazoviy o'zgarishi orasidagi bog'lanishni o'rnatadi. Bu yerda ρ - zichlik; c - solishtirma issiqlik sig'imi; λ - issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti; $Q_w(x, y, z, t, T)$ - issiqlik ajratuvchi ichki manbaning quvvati.

Ushbu (1.1) tenglama konduktiv issiqlik uzatilishi (issiqlik o'tkazuvchanlik) jarayonlari rivojining ko'plab variantlarini tavsiflaydi. Ana shu cheksiz sondagi variantlar ichidan bittasini tanlab olish va uning to'la matematik tavsifini berish uchun (1.1) tenglamaga geometrik, fizik, boshlang'ich va chegaraviy shartlarni o'z ichiga olgan bir qiymatlilik shartlarini qo'shimcha kiritish zarur.

O'rganilayotgan jarayon uchun geometrik shartlar jismning shakli va o'lchamlarini aniqlab beradi. Fizik shartlar esa jismning ρ , c , λ - teplofizik xarakteristikalarini aniqlab beradi. Vaqt bo'yicha boshlang'ich shartlar boshlang'ich vaqt momentida jismda temperaturaning taqsimlanishini ifodalab beradi:

$$t = 0: T = f(x, y, z) - \text{umumiy hol.}$$

Agar jismda temperatura tekis taqsimlangan bo'lsa, u holda boshlang'ich shart juda sodda holga keladi: $t = 0: T = T_0 = \text{const}$.

Chegaraviy shartlar jismning sirtida jarayonning kechishi xususiyatlarini ifodalaydi va ular bir necha uslublarda berilishi mumkin:

1) Birinchi tur chegaraviy shartlar – jismning sirtida yoki uning chegaralarida temperatura taqsimoti har bir vaqt moment uchun beriladi:

$$T = T_w(x, y, z, t)$$

bu yerda T_w - jismning sirtidagi temperatura (xususan, $T_w = \text{const}$).

2) Ikkinchi tur chegaraviy shartlar – jismning sirtidagi har bir nuqtasi yoki uning chegaralari uchun issiqlik oqimi qiymati ixtiyoriy vaqt momentida beriladi:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w = q_w(x, y, z, t)$$

bu yerda \vec{n} - jism sirtiga o'tkazilgan normal. Ko'pgina amaliy masalalarda $q_w = \text{const}$. Issiqlik almashinshning bunday varianti, masalan, yuqori haroratli pechlarda har xil namunalarni qizdirish jarayonida uchraydi.

3) Uchinchi tur chegaraviy shartlar – qattiq devorning issiqlik o'tkazuvchanligi hisobiga hosil bo'lgan issiqlik oqimi va tashqi muhitdan kelayotgan temperaturabosimi

(Nyuton-Rixman qonuni) hisobiga hosil bo‘lgan issiqlik oqimlari orasidagi o‘zaro bog‘lanish berilgan:

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w = \alpha (T_w - T^e)_w$$

bu yerda α - issiqlik almashinishi koeffitsiyenti. Bu shart teplotexnikaning ko‘plab amaliy masalalarida qo‘llaniladi.

4) To‘rtinchi tur chegaraviy shartlar – har xil teplofizik xarakteristikali elementlar orasida o‘zaro issiqlik ta‘sirini aniqlash uchun qo‘yiladi (masalan, ko‘p qatlamli plastinkalar uchun issiqlik o‘tkazuvchanlik masalasini yechishda), tutash chegaralarning har ikkala tarafi bo‘yicha temperatura va issiqlik oqimlari tengligi shartini beradi:

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right)_\Gamma = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right)_\Gamma, T_1(x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma, t)$$

bu yerda $x_\Gamma, y_\Gamma, z_\Gamma$ - muhitlarning tutash chegarasi koordinatalari; T_1, T_2 - o‘zaro tegib turgan muhitlarning temperaturalarini.

Qo‘zg‘alishlar (chiziqlilashtirish) nazariyasi usuli dastlabki noxiziqli masalani uning approksimatsiyalovchi chiziqli masalalari ketma-ketligiga keltirish imkonini beradi. Grin funksiyasi usuli mazmuniga ko‘ra boshlang‘ich va chegaraviy shartlar sodda manbalar sistemasiga almashtiriladi va masala ana shu manbalarning har biri uchun yechiladi. Integral tenglamalar usulida esa issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi integral tenglamaga keltiriladi. Variatsion usullarda esa xususiy hosilali tenglamalar o‘rniga biror minimallashtirish masalasi yechiladi, bunda biror ifodani minimumga keltiruvchi funksiya dastlabki tenglamaning yechimi bo‘ladi. Xos funksiyalarga tarqatish usuli qo‘llanilganda yechim xos funksiyalar bo‘yicha qator ko‘rinishida izlanadi, bunda issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi uchun dastlabki masalaga mos keluvchi xos qiymatlar masalasi deb ataluvchi masala yechimi topiladi va hokazo. Mos chegaraviy va boshlang‘ich shartlari bilan berilgan (1.1) tenglamani EHMning imkoniyatlaridan foydalanib sonli yechamiz. Masalaning sonli yechimi deb jadval ko‘rinishida olingan sonlardan iborat yechimga aytiladi. Xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechishda asosan chekli ayirmalar usuli qo‘llaniladi. Chegaraviy masalalarni yechishning chekli ayirmalar usuli g‘oyasi juda sodda va bu uning nomlanishidanoq tushunarli: differensial tenglamadagi hosilalar o‘rniga ularning chekli-ayirmali approksimatsiyasidan foydalaniladi. Differensialli chegaraviy masalaning diskret approksimatsiyalarini qurishda ikkita maqsadni (balki ular bir biriga zid bo‘lishi ham mumkin) bir-biri bilan bog‘lash lozim: approksimatsiyaning yaxshi sifati va algebraik sistemaning olingan samarali ustivor yechimi. Parabolik tipdagi issiqlik o‘tkazuvchanlik masalasi uchun chekli ayirmalar usulini qo‘llashda qattiq jism tugunlar birikmasi ko‘rinishida ifodalanadi. (1.1) differensial tenglamaning

xususiy hosilalarini chekli ayirmalar bilan approksimatsiyalab (almashtirib), to‘r har bir tugunining lokal xarakteristikasi sifatidagi temperaturani aniqlash uchun chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Hosil bo‘lgan sistema yopiq emas, ularning yopiqligini ta‘minlash uchun chegaraviy shartlarning ayirmali ifodalaridan foydalaniladi. Natijada EHM yordamida sonli usullar bilan yechiladigan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Abdirashidov A., Suyarshayev M.M. Gidrodinamikaning asosiy masalalarini sonli yechish usullari. Uslubiy qo‘llanma. - Samarqand: SamDU nashri, 2014. - 92 bet.
2. Articolo G.A. Partial differential equations and boundary value problems with Maple. – 2nd ed./ 2009, Elsevier Inc. All rights reserved. - 733 p.
3. Richard L. Burden and J. Douglas Faires. Numerical Analysis. Ninth Edition, Boston, USA, 2011. – 895 p.
4. L.Ridgway Scott. Numerical Analysis. Princeton University Press, 2011.- 342 p. 5. Абдухамидов А.У., Худойназаров С. Ҳисоблаш усулларида амалиёт ва лаборатория машғулоти. – Тошкент: Ўқитувчи, 1995. – 240 б.