

## БИР ЎЗГАРУВЧИЛИ ФУНКЦИЯНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ВА ИНТЕГРАЛ ҲИСОБИ

*Настинов Садриддин Тожиддин ўғли*

*Наманган давлат университети Амалий математика ва рақамли*

*технологиялар кафедраси ўқитувчиси*

*e-mail: [sadriddin\\_1995\\_08\\_29@mail.ru](mailto:sadriddin_1995_08_29@mail.ru)*

*Tel: +998-97-256-29-95*

**Аннотация.** *Maple* да лимит, ҳосила, интеграл ва яна баъзи амалларни бажарии учун икки хил команда мавжуд: бирда команда дарҳол бажарилади ва экранга натижса чиқарилади, иккинчисида эса амал бажарилмайди ва экранга команданинг ўзи чиқарилади, бу *Maple* ёрдамида ўқувчига ўқиши учун қулай ҳужжат яратиш имкониятини беради ва уни бажарилиши кечиктирилган команда ёки инерт команда дейилади. Иккала команда бир хил ёзилади, фақатгина инерт команда бош ҳарф билан ёзилади.

**Калит сўзлар:** *Maple* тизими, Лимитларни ҳисоблаш, Ҳосилани ҳисоблаш, Дифференциал оператор  $D(f)$ , Интеграллаш, Интеграллаш усулларини ўргатиш.

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ОДНОЙ ФУНКЦИИ ПЕРЕМЕННОЙ

**Аннотация.** В *Maple* есть два типа команд для выполнения предельных, производных, интегральных и некоторых других операций: одна выполняет команду сразу и отображает результат на экране, а другая не выполняет операцию и отображает на экране саму команду., чтение которой читателю с помощью *Maple* позволяет создать удобный документ и называется отложенной командой или инертной командой. Обе команды пишутся одинаково, только инертная команда пишется с большой буквы.

**Ключевые слова.** Система *Maple*, Вычисление пределов, Вычисление производных, Дифференциальный оператор  $D(f)$ , Интегрирование, Обучение методам интегрирования.

## DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS OF ONE VARIABLE FUNCTION

**Annotation.** In *Maple*, there are two types of commands for performing limit, derivative, integral and some other operations: one executes the command immediately and displays the result on the screen, and the other does not execute the operation and

displays the command itself on the screen, which is a read to the reader using Maple allows you to create a convenient document for and is called a delayed command or an inert command. Both commands are written the same, only the inert command is written with a capital letter.

**Keywords.** Maple system, Calculation of limits, Calculation of derivatives, Differential operator D(f), Integration, Teaching methods of integration.

## KIRISH

Maple -бу компьютерда аналитик ва сонли ҳисоблашларни бажарувчи, 2000 дан кўпроқ командаларни ўз ичига олган ва алгебра, геометрия, математик анализ, дифференциал тенгламалар, дискрет математика, физика, статистика, математик физика масалаларини дастур тузмасдан ечиш имкониятини берувчи математик тизим (система)-пакетдир. Айтиш мумкинки, Maple бу юқорида санаб ўтилган соҳалардиги математик масалаларни ечиб берувчи катта калькулятордир. Maple ядроидан Матҳематика, MATLAB, Mathcad ва бошқа тизимлар символли ҳисобларни амалга оширишда фойдаланмоқдалар. Maple тизимини Канаданинг Уотерлоо Maple Инс фирмаси яратган ва у узоқ давом этган ривожланиш ва синовдан ўтиш даврини босиб ўтган. Албатта, Maple тизими ҳали жуда қудратли эмас, у айрим соҳаларда бошқалар каби оқсаноқда.

## ADABIYOTLAR TAHLILI:

Бугров Я.С., Никольский С.М. Илмий ишларида Maple тизими ёрдамида элементар ва олий математиканинг деярли барча масалаларини ечиш мумкин. Maple тизимида аналитик ва дифференциал геометрия, математик анализ, алгебра, дифференциал тенгламалар, ҳисоблаш усувлари, компьютер графикаси каби фанларда амалий ва лаборатория дарсларида ҳисоблашга доир масалаларни йечишида, компьютер технологиялари асосида интерактив дарслар ташкил этишида фойдаланиш мумкин.

## TADQIQOT METODOLOGIYASI

### I. БИР ЎЗГАРУВЧИЛИ ФУНКЦИЯНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ВА ИНТЕГРАЛ ҲИСОБИ.

Амал номи	Дарҳол бажариладиган команда	Бажарилиши кечиктирилган команда	Математик маъноси
лимит	limit(f(x), x=a, par)	Limit(f(x), x=a, par)	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
ҳосила	diff(f(x),x)	Diff(f(x),x)	$\frac{\partial f(x)}{\partial x}$

интеграл	<code>int(f(x), x)</code>	<code>Int(f(x), x)</code>	$\int f(x)dx$
аниқ интеграл	<code>int(f(x), x=a..b)</code>	<code>Int(f(x), x=a..b)</code>	$\int_a^b f(x)dx$

**1-jadval: Бир ўзгарувчили функцияниң дифференциал ва интеграл ҳисоби.**

### II. Лимитларни ҳисоблаш

`limit(f(x), x=a, par)` команласыда табиий равищда қуидаги параметрлар мавжуд: left-чап лимит, right-ўнг лимит, real- ўзгарувчи ҳақиқий, complex-ўзгарувчи комплекс.

1.  $> \text{Limit}(\sin(2*x)/x, x=0);$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$$

2.  $> \text{limit}(\sin(2*x)/x, x=0);$

$$\lim 2$$

3.  $> \text{Limit}(\sin(2*x)/x, x=0) = \text{limit}(\sin(2*x)/x, x=0); \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = 2.$

Охирги ёзувнинг қулайлиги кўриниб турибди.

4.  $> \text{Limit}(x*(\Pi/2 + \arctan(x)), x=-infinity) = \text{limit}(x*(\Pi/2 + \arctan(x)), x=-infinity);$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x\left(\frac{\pi}{2} + \arctan(x)\right) = -1.$$

5.  $> \text{Limit}(1/(1+exp(1/x)), x=0, \text{left}) = \text{limit}(1/(1+exp(1/x)), x=0, \text{left});$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1 + e^{1/x}} = 1$$

6.  $> \text{Limit}(1/(1+exp(1/x)), x=0, \text{right}) = \text{limit}(1/(1+exp(1/x)), x=0, \text{right});$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + e^{1/x}} = 0$$

### III. Ҳосилани ҳисоблаш

1.  $> \text{Diff}(\sin(x^2), x) = \text{diff}(\sin(x^2), x); \quad \lim \frac{\partial}{\partial x} \sin(x^2) = 2 \cos(x^2)x$

2.  $> \text{Diff}(\cos(2*x)^2, x\$4) = \text{diff}(\cos(2*x)^2, x\$4);$

$$\lim \frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = -128 \sin(2x)^2 + 128 \cos(2x)^2$$

3.  $> \text{simplify}(%); \quad \lim \frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = 256 \cos(2x)^2 - 128$

4.  $> \text{combine}(%); \quad \lim \frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = 128 \cos(4x)$

### IV. Дифференциал оператор D(f)

Maple да дифференциал опеатор ҳам мавжуд: `D(f)`, бу ерда `f`- аргументи кўрсатилмаган функция. Масалан,

>D(sin);  
>D(sin) (Pi): eval(%);  
>f:=x->ln(x^2)+exp(3\*x):

\|cos  
\|-1

>D(f);

$$\|\ x \rightarrow 2 \frac{1}{x} + 3e^{(3x)}$$

## V. Интеграллаш

$$1. >\text{Int}((1+\cos(x))^2, x=0..\text{Pi}) = \text{int}((1+\cos(x))^2, x=0..\text{Pi}); \ \|\int_0^{\pi} (1 + \cos(x))^2 dx = \frac{3}{2}\pi$$

int(f, x, continuous)-команда интеграллаш соҳасидаги узилиш нуқталарини ҳисобга олмайди.

Агар x=0..+infinity бўлса хосмас интеграллар ҳисобланади.

Интегрални сонли ҳисоблаш учун evalf(int(f, x=x1..x2), e) – е-аниқлик, команда ишлатилади.

$$2. I(a) = \int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = ?, a > 0 (a < 0, I(a) \rightarrow \infty).$$

$$> \text{Int}(\exp(-a*x), x=0..\text{infinity}) = \text{int}(\exp(-a*x), x=0..\text{infinity});$$

Definite integration: Can't determine if the integral is convergent. Need to know the sign of --> a . Will now try indefinite integration and then take limits.

$$\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{e^{-ax} - 1}{a}$$

> assume(a>0);

$$3. > \text{Int}(\exp(-a*x), x=0..\text{infinity}) = \text{int}(\exp(-a*x), x=0..\text{infinity}); \ \|\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

## VI. Интеграллаш усулларини ўргатиш

Maple да интеграллаш усулларини ўргатадиган student махсус пакет мавжуд, унмнг ёрдамида усулнинг ҳар бир қадами интерактив ҳолда намойиш этилади. Бундай усулларга бўлаклаб интеграллаш inparts ва ўзгарувчини алмаштириш усуллари changevar киради:

intparts(Int(f, x), u) ва changevar(h(x)=t, Int(f, x), t). Охирги натижা value(%) командаси билан ҳосил қилинади. student пакетига мурожаат албатта with(student) командаси билан амалга оширилади. Бир неча мисол кўрамиз.

## ТАҲЛИЛЛАР ВА НАТИЖАЛАР

$$1. > \text{Limit}(\arctan(1/(1-x)), x=1, \text{left}) = \text{limit}(\arctan(1/(1-x)), x=1, \text{left});$$

$$2. f(x) = \sin^3 2x - \cos^3 2x, \quad f'(x) = ?$$

$$> \text{Diff}(\sin(2*x)^3 - \cos(2*x)^3, x) = \text{diff}(\sin(2*x)^3 - \cos(2*x)^3, x);$$

$$\|\frac{\partial}{\partial x} (\sin(2x)^3 - \cos(2x)^3) = 6\sin(2x)^2 \cos(2x) - 6\cos(2x)^2 \sin(2x)$$

$$3. > \text{Int}(\cos(x)*\cos(2*x)*\cos(3*x), x) = \text{int}(\cos(x)*\cos(2*x)*\cos(3*x), x);$$

$$\int \cos x \cos 2x \cos 3x dx = \frac{1}{8} \sin 2x + \frac{1}{16} \sin 4x + \frac{1}{24} \sin 6x + \frac{1}{4} x /$$

> Int((3\*x^4+4)/(x^2\*(x^2+1)^3),x)= int((3\*x^4+4)/(x^2\*(x^2+1)^3),x);

$$\int \frac{3x^4 + 4}{x^2(x^2 + 1)^3} dx = -4 \frac{1}{x} - \frac{57}{8} \arctan(x) - \frac{25}{8} \frac{x}{x^2 + 1} - \frac{7}{4} \frac{x}{(x^2 + 1)^2}.$$

**Foydalanilgan adabiyotlar:**

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука. 1989.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения.
3. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1989.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. 1970.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука. 1970.
6. Никольский С.М. Курс математического анализа (2 т.). М.: Наука. 1991.
7. B. W. Char. Maple Learning Guide. Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2003