# SIRTQI TA'LIM YO'NALISHI TALABALARI UCHUN "SONLI VA FUNKSIONAL QATORLAR" MAVZUSI BAYONI

***Abdullayeva Gulasal Abdumo'minovna***
*Toshkent iqtisodiyot va pedagogika instituti*
*"Axborot texnologiyalari va aniq fanlar"*
*kafedrasi matematika fani o'qituvchisi*

**Annotatsiya**: Ushbu maqolada sonli va funksional qatorlar tushunchalariga ta’rif berilgan. Talabalarga yanada tushunarli bo’lishi uchun sonli va funksional qatorlarga doir misollar ishlanish usullari keltirilgan.

**Kalit so’zlar**: Sonli qatorlar, funksional qatorlar, qatorga yoyish, chekli va cheksiz limitlar.

Cheksiz yig’indilar tushunchasi qadimgi yunon olimlari (Evdoks, Evklid, Arhimed) “Tugatish (oxiriga etish)” metodining tarkibiy qismi Yuza, hajm, egri chiziq uzunligi Qatorlar mustaqil tushuncha XVII asr Nyuton, Leybnits, algebraik, differensial tenglamalar XVIII-XIX asr Ya.Bernulli, I.Bernulli, B.Teylor, K.Makloren, L.Eyler, J.Dalamber, J.Lagranj va b. Qat’iy nazariya , limitlar nazariyasiga asoslangan K.Gauss, B.Bolsano, O.Koshi, P.Dirixle, N.Abel, K.Veyershtrass, B.Riman va b. 1812 yil K.F.Gauss (1777-1865) qatorni yaqinlashishga tekshirish namunasi 1821 yil O.L.Koshi (1789-1857) qatorlar nazariyasining asosiy prinsiplarini ishlab chiqadi.

**Sonli qator tushunchasi**

$$a_1 + a_2 + ... + a_n + ... = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \qquad (1)$$

ifodaga **sonli qator** deyiladi. Bu yerda $a_1, a_2, ... , a_n, ...$ haqiqiy sonlar bo`lib, qatorning hadlari, $a_n$ – had qatorning n - hadi yoki **umumiy hadi** deb ataladi. Har bir (1) sonli qator uchun

$$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n, \quad n = 1, 2, 3, ...$$

qismiy yig`indilar $S_n$ qurish mumkin.

Misol. Ushbu

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + ... \frac{1}{n(n+1)} + ... = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

sonli qator uchun qismiy yig`indilar:

$$S_1 = \frac{1}{1\cdot 2} = 1 - \frac{1}{2}; \quad S_2 = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3}; \quad ...,$$

$$S_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1};$$

bo`ladi.

Agar (1) qatorning qismiy yig`indilari ketma-ketligi chekli limit S ga ega bo`lsa, bu songa qatorning yig`indisi deb ataladi:

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n \qquad (2)$$

Agar (2) chekli limitga ega bo`lsa, qator yaqinlashuvchi, S - uning yig`indisi deyiladi.

Misol. Yuqorida keltirilgan misol uchun:

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1$$

Demak, berilgan sonli qator chekli limitga ega ekan. Qator yaqinlashuvchi.

Agar $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \infty$ bo`lsa yoki mavjud bo`lmasa, qator uzoqlashuvchi deb ataladi.

$r_n = S - S_n$ songa qatorning qoldig`i deyiladi. Yaqinlashuvchi sonli qator uchun $\lim\limits_{n\to\infty} r_n = 0$ bo`ladi va demak yetarlicha katta n lar uchun $S \approx S_n$ o`rinli bo`ladi.

Misollar:

1) Ushbu geometrik progressiyaning hadlaridan tuzilgan $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_1 q^{n-1}$ $(b_1 \neq 0)$ sonli qator $|q| < 1$ bo`lsa yaqinlashuvchi, yig`indisi $S = \dfrac{b_1}{1-q}$ bo`ladi, $|q| \geq 1$ bo`lsa, uzoqlashuvchidir;

2) $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dots + \dfrac{1}{n} + \dots$ sonli qator garmonik qator deyiladi va u uzoqlashuvchi qatordir.

3) Umumlashgan garmonik qator deb,

$$1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$$

sonli qatorga aytiladi va bu sonli qator $p \leq 1$ da uzoqlashuvchi, $p > 1$ da yaqinlashuvchidir.

**Funktsional qatorlar haqida tushuncha. Yaqinlashuvchi funksional qatorlar**

Ushbu

$$f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x) + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$$

(1)

ifodaga **funktsional qator** deb ataladi. Bu yerda $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x), \dots$ D to`plamda aniqlangan funksiyalar. x ning (1) qator yaqinlashuvchi bo`ladigan barcha qiymatlar to`plamami $\Omega$ ($\Omega \subseteq D$) funtsional qatorning **yaqinlashish sohasi** deb ataladi.

$S_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)$ yig`indi funktsional qatorning **n-qismiy yig`indisi** deb ataladi. Agar

$$S(x) = \lim_{n\to\infty} S_n(x), \quad x \in \Omega,$$

bo`lsa, S(x) (1) qator yig`indisi, $R_n(x) = S(x) - S_n(x)$ ayirma esa **qator qoldig`i** deyiladi.

Agar $S(x)$, $x \in L$, $(L \subseteq \Omega)$ funksiya (1) qatorning yig`indisi bo`lsa, u holda (1) funtsional qator L to`plamda S(x) funksiyaga yaqinlashadi deyiladi.

Agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ soni uchun shunday N nomer topilsaki, $n \geq N$ bo`lganda barcha $x \in L$ uchun

$$|R_n(x)| < \varepsilon$$

bajarilsa, (1) funktsional qator L to`plamda S(x) funksiyaga tekis yaqinlashadi deyiladi.

Agar funktsional qator L to`plamda yaqinlashuvchi bo`lsa, u holda qator bu to`plamda tekis yaqinlashuvchi bo`lishi shart emas, ammo L to`plamning biror bir to`plam ostida yaqinlashishi tekis bo`li-shi mumkin.

Funktsional qatorning tekis yaqinlashuvchi bo`lishining Veyersht-rass alomati.

Agar (1) funktsional qator uchun hadlari musbat shunday yaqinla-shuvchi $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ qator mavjud bo`lib, L to`plamda

$$|f_n(x)| \leq c_n$$

bo`lsa, u holda funktsional kator L to`plamda tekis yaqinlashadi.

Misol. Ushbu

$$\frac{\sin x}{1^2} + \frac{\sin 2x}{2^2} + \dots + \frac{\sin nx}{n^2} + \dots$$

funktsional qator $L = (-\infty; +\infty)$ to`plamda tekis yaqinlashadi, chunki $\left|\frac{\sin nx}{n^2}\right| \leq \frac{1}{n^2}$ va $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ yaqinlashuvchidir.

**Funktsional qator yig`indisining funktsional xossalari**

Funktsional qator yig`indisining quyidagi funktsional xossalarini keltiramiz:

1) Agar $f_n(x)$ funksiyalar [a,b] da uzluksiz bo`lib, bu funksiyalardan tuzilgan

ushbu

$f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x) + \ldots$

funktsional qator bu oraliqda $f(x)$ funksiyaga tekis yaqinlashsa:

a) $f(x)$ funksiya [a,b] oraliqda uzluksiz;

b) [a,b] oraliqda funktsional qatorni hadma-had integrallash mumkin bo`ladi:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx + \ldots + \int_a^b f_n(x)dx + \ldots$$

Misol. Ushbu

$1 + x + x^2 + \ldots + x^{n-1} + \ldots$

funktsional qator $[0, \frac{1}{2}]$ oraliqda $\frac{1}{1-x}$ funksiyaga tekis yaqinlashadi. Demak,

$$\int_0^{\frac{1}{2}} 1 \cdot dx + \int_0^{\frac{1}{2}} xdx + \ldots + \int_0^{\frac{1}{2}} x^{n-1}dx + \ldots = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{1-x}$$

yoki

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2 \cdot 2} + \frac{1}{2^3 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{2^n \cdot n} + \ldots = \ln 2$$

2) Agar $f_n(x)$ funksiyalar [a,b] oraliqda uzluksiz hosilalarga ega va bu oraliqda:

a) ushbu

$f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x) + \ldots$

funktsional qator $f(x)$ funksiyaga yaqinlashsa;

b) ushbu

$f_1'(x) + f_2'(x) + \ldots + f_n'(x) + \ldots$

funktsional qator tekis yaqinlashuvchi bo`lsa, u holda [a,b] intervalda $f(x)$ funksiya uzluksiz hosilaga ega bo`ladi:

$f'(x) = f_1'(x) + f_2'(x) + \ldots + f_n'(x) + \ldots$

**Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**


1. Piskunov N.S. Differensial va integral hisob. Oliy texnika o'quv yurtlari t o'quv qo'llanma. Toshkent
2. Математика в нефтегазовом образовании. Теория и задачи. Выпуск 3. Часть 1. Неопределенные и определенные интегралы.
3. Jo'rayev T., Sa'dullayev A., Xudoyberganov B., asoslari. T.2., Toshkent ISSN: 2181 www.sciencebox.uz | 2022 "Modernization of education: problems and solutions" Analytical Journal of Education and Development
4. Oliy matematika. T., O'qituvhi, 1995. 1- 5 qismlar.
5. Azlarov T., Mansurov X. Matematik analiz, - Toshkent, O'qituvchi,