BIRINCHI TARTIBLI OPERATOR KOEFFITSIENTLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

Muhammademinov Alijon Azizjon o'g'li
Andijon davlat universiteti talabasi.
Mamadaliyev Husanbek Ulug'bek o'g'li
Andijon davlat universiteti o'qituvchisi.

Annotatsiya: Bizga ma'lumki xususiy hosilali differensiallar fani hayotimizning ajralmas qismi hisoblanadi. Shu bilan birga yatish mumkinki ular ikki turga bo'linadi. Bular korrekt qo'yilgan va nokorrekt qo'yilgan masalalar deyiladi. Bu mavzuda asosan issiqlik tarqalish tenglamasi ustida ishlaymiz va uning nokorrekt qo'yilgan masalalari haqida suhbat qilamiz.

Kalit so'zlar: issiqlik tarqalish tenglamasi, differensial tenglama, operator, funksiya, murakkab differensiallash.

Faraz qilaylik, $u(t)$ funksiya t skalyar argumentining funksiyasi bo'lib, qiymatlarini U Gilbert fazodan qabul qilsin, $u(t)$ ham t skalyar argumentining funksiyasi bo'lib, qiymatlarini *F* Gilbert fazosidan qabul qilsin, A U dan *F* ga akslantiruvchi chiziqli operator. Ushbu

$$\frac{du}{dt} = Au + f \qquad (1.1)$$

ko'rinishdagi tenglamalarga operator tip koeffitsiyentli differensial tenglamalar deb ataymiz.

Ta'rif 1.1. (1.1) tenglamaning yechimi deb ikki marta kuchli differensiallanuvchi, har bir $t \geq 0$ uchun A operatorning aniqlanish sohasiga tegishli va (1.1) tenglamani qanoatlantiruvchi funksiyaga aytiladi.

Ta'rif 1.2. (1.1) tenglamaga ko'yilgan Koshi masalasi deb, (1.1) tenglamani va $u(0) = u_0$, $u_0 \in D$ shartni qanoatlantiruvchi funksiyani topish masalasiga aytiladi.

Oldingi bergan ta'rif (korrektlik haqida) endi quyidagi ko'ri nishda ifodaladi: (1.1) tenglama uchun Koshi masalasi korrekt deyiladi, agar quyidagi shartlar bajarilsa:
1) ixtiyoriy $u_0 \in D(A)$ uchun masala yechimi mavjud;
2) masala yechimi yagona;
3) masala yechimi boshlang'ich berilganlarga uzluksiz bog'liq, ya'ni $\lim\limits_{n\to\infty} u_n(0) = 0$, $u_n(0) \in D(A)$ dan $\lim\limits_{n\to\infty} u_n(t) = 0$ kelib chiqadi.

Izoh. A operatorning t ga bog'liq emasligidan Koshi masalasi biror$[0, T_1]$ kesmada korrekt bo'lsa, uning ixtiyoriy $(T_1 > 0)$ kesmada korrekt bo'lishi, kelib chiqadi, ya'ni butun $(0, \infty)$ yarim o'qda korrektligi.

Bunga ishonch hosil qilish uchun [0, 2T) kesmani qarash yetarli. Faraz qilaylik, $u(t)$ funksiya [0,T] kesmada Koshi masalasini yechimi bo‘lsin. Yechimning $u(T)$ qiymatidan foydalanib, $\omega(t)$ ikkinchi yechimni aniqlaymiz

$$\omega(t) = u(t), \quad t \in [0, T]$$

$\omega(t) = v(t - T), \; t \in [T, 2T],$

bu yerda $v(t)$ funksiya (1.1) tenglamaning $v(0) = u(T)$ shartni qanoat- lantiruvchi yechimi. Endi oddiygina ko‘rish mumkinki$\omega(t)$ funksiya (1.1) tenglamaning [0, 2T] kesmada $\omega(0) = u_0$ shartni qanoatlantiruvchi yechimi bo‘ladi.

Endi ushbu bir jinsli tenglamani qaraymiz.

$\frac{du}{dt} = Au.$

Bu tenglamaga, umuman aytganda, Koshi masalasi korrekt yoki nokorrekt ham bo‘lishi mumkin. Koshi masalasining (1.2) tenglamagashartli korrektlikga tekshirish birinchi marta ishda o‘tkazilgan edi.

Faraz qilaylik (1.2) tenglamadagi A operator o‘z-o‘ziga qo‘shma va nuqtali spektrga ega bo‘lsin. Boshqacha qilib aytganda, A operator ortonormallashtirgan xos elementlar $\{\varphi_k\}_{-\infty}^{\infty}$ sistemasi va unga mos xos qiymatlar $\{\lambda_k\}_{-\infty}^{\infty}$ sistemasiga ega (bu yerda λ o‘sish tartibida joylashtirilgan deb faraz qilinadi).

U holda ushbu ko‘rinish o‘rinli

$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u_k(t)\varphi_k, \;\; u_k = (u(t)\varphi_k), k = -\infty, \dots, 0, \dots, \infty.$

Bu ko‘rinish yordamida (1.2) tenglama oddiy differensial tenglamalar sistemasiga ajraladi

$$\frac{du_k}{dt} = \lambda_k u_k(t), \;\; k = -\infty, \dots, 0, \dots, \infty. \quad (1.3)$$

Boshlang‘ich shartdan esa

$u(0) = \sum_{k=\infty}^{\infty} u_k(t)\varphi_k$, $u_k(0) = (u(0), \varphi_k)$ bo’ladi. Natijada bulardan $u_k(t)$ ni $u_k(t) = u_k(0)\exp\lambda_k t$, ko‘rinishda topamiz. Bu yerdan ko‘rinadiki $\lambda_k \le c$ (λ_k yuqoidan chegaralangan) bo’lsa, Koshi masalasi korrekt bo’ladi.

Haqiqatdan bu holda

$$\|u(t)\| \le e^{ct}\|u(0)\|$$

bo’ladi

Agar $\{\lambda_k\}$ ketma-ketligi yuqoidan chegaralanmagan bo’lsa, u holda qaralayotgan Koshi masalasi nokorrekt bo’ladi.

Haqiqatdan bu holda ixtiyoriy $\varepsilon > 0, t > 0, \mu > 0$ uchun shunday $u(0)$ mavjudki $\|u(0)\| \le \varepsilon$ bo’lsa, $\|u(t)\| \ge \mu$ bo’ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Shavkat Mirziyoyev “Inson Manfaatlari va Mustaqillik - Kelajakni Boshqarishning Asosiy Yo‘nalishlari” 2018-yil 236 b.
2. Isroilov M. “Hisoblash metodlari”, T., "O`zbekiston", 2003

3. Shoxamidov Sh.Sh. “Amaliy matematika unsurlari”, T., “O`zbekiston”, 1997
4. Boyzoqov A., Qayumov Sh. “Hisoblash matematikasi asoslari”, O`quv qo`llanma. Toshkent 2000.
5. Abduqodirov A.A. “Hisoblash matematikasi va programmalash”, Toshkent. “O`qituvchi” 1989.
6. Vorob`eva G.N. i dr. “Praktikum po vichislitel’noy matematike” M. VSh. 1990.
7. Abduhamidov A., Xudoynazarov S. “Hisoblash usullaridan mashqlar va laboratoriya ishlari”, T.1995.
8. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad, Mathlab, Maple (Самоучитель). – М.: НТ Пресс, 2006. – 496 с.
9. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы. - М.: Издательский дом МЭИ, 2008. - 672 с.